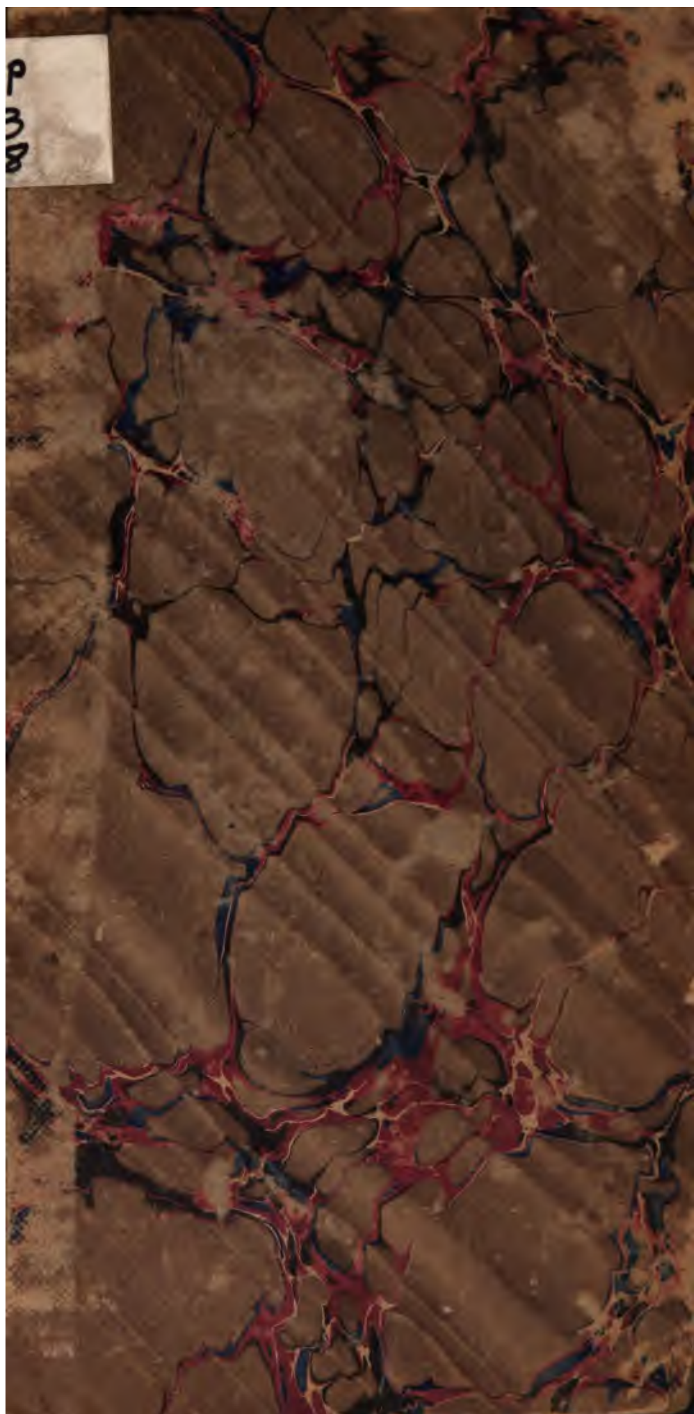



SIGILLVM + ACADEMIÆ : HARVARDIANÆ : IN : NOV : ANG :
CHRISTO ET ECCLESIÆ

DE

NUMERO PLATONIS

DISSERUIT

Dr. CHRISTOPHILUS JULIUS BRANIS

VRATISLAVIAE,
TYPIS PHILIPPIANIS.

MDCCCXXX.

[illegible]

[illegible]

Tres potissimum sunt quaestiones, quas numeri Platonis explicationem aggressus sibi solvendas proponat necesse est. Primum ratio requiritur, qua ductus Plato in opere omnium quae scripserit dilucidissimo, orationem mira perspicuitate progredientem subito interrumpat, genusque dicendi inducat prorsus reconditum. Deinde verba quibus numerus ipse admodum obscure designatur, idonea interpretatione sunt expedienda. Quo facto tertium superest, ut ostendatur, quaenam convenientia intercedat inter numerum indicatum indolisque generationum humanarum causam, cujus illum aut vim ac naturam exprimere, aut saltem imaginem quandam exhibere ex sententia Platonis est supponendum.

Hancce totius disquisitionis tripartitam divisionem et ego secuturus qualemcunque meam de re difficillima disputationem tribus capitibus absolvere statui, quibus ad tres modo allatas quaestiones pro virili respondeam.

Caput I.

Optima reipublicae forma septem prioribus Politiae libris tum valide fundata, tum egregie exaedificata, libro octavo Plato deteriorum civitatum descriptionem aggreditur, cumque de indole earum pauca praefatus esset, quibus innueret, omnes pravas reipublicae formas ab optimae illius corruptione esse repetendas, causam in quaestionem vocat, qua fieri possit, ut civitas lege rationis instituta ac sapientissimorum virorum principatui subjecta in pejus mutetur. Hoc enim per se clarum est atque nulla indiget disputatione, quod respublica imperfecta semineque corruptionis jamjam imbuta, pullulante hoc semine, magis indies corrumpatur, idque adeo, ut in extremum pravitatis gradum possit abire; quomodo autem civitas

omnibus numeris absoluta, nullo laborans vitio, nullaque infecta labe, quasi sua sponte ex optimo statu in deteriorem possit transire, haud facile est intellectu.

Ad hanc quaestionem Plato fere ita respondet. Patet, civitatem, nisi suppeditante hominum propagatione, in omne aevum durare non posse; cunctis autem animantibus terrenis, proinde et humano generi, fertilitatis et sterilitatis animae corporumque certae praefinitae sunt temporis periodi, quae, quamquam ab his, qui saluti reipublicae provident, enixe sunt observandae, tamen, quia sensuum animadversioni se subducunt, ne ab optimae quidem civitatis gubernatoribus, utcunque fuerint sapientes, observabuntur. Eveniet igitur aliquando, ut haud adnuente animae fertilitate, ex qua sola civitatis incolumitas pendet, liberi gignantur deteriore animae indole praediti, qui adulti, principesque constituti civitatis, statum ipsius deteriorem reddent; atque hac ratione et praestantissima respublica corruptionem effugere non poterit.

Haec sententia Platonis primo quidem aspectu rem obscuram argumentis adhuc obscurioribus ex-

plicare videtur, quodsi vero quibusdam aliunde repetitis philosophiae Platonicae decretis illustrata fuerit, apparebit, ita hic locutum esse Platonem, uti ex integrae doctrinae suae nexu ac tenore et potuerit et debuerit. Ponit namque philosophus in universam duplicem naturam, alteram vere entis (ὄντως ὄντος), immutabilem atque aeternam, ad Deum resque divinas (h. e. ideas) [illegible]ectantem, alteram generationis, mutabilem, [illegible]es corporeas, sub sensum cadentes, pertinen[illegible] A generatione, quae per se spectata omni c[illegible] forma, nihilque continet stabile, distinguit por[illegible]es generatas, quae, quia formae cujusdam participes sunt, non solum fluctuantem generationis, sed etiam stabilem vere entis naturam quodammodo exprimunt; quod enim mutantur et corrumpuntur a generatione habent, quod autem quamdiu existant determinatam quandam naturae indolem prae se ferunt et constanter servant, quod denique in existendo certum ordinem quasi praescriptam legem sequuntur, hoc a divinis rebus mutuatae sunt, quocirca, etsi ipsae non sunt aeternae, simulacra tamen aeternarum habeantur necesse est.

Quae quum ita sint, apparet, generatum quodque eo propius ad divinam naturam accedere, quo stabilius sit, sive quo magis in ipso vis generationis ab idea entis coerceatur, et si quid ea indole natum est, in qua generatio a natura divina prorsus domita est, id divinum genitum jure potest dici. Tale autem θεῖον γεννητόν unum extat mundus visibilis, in quo natura divina ita praedominatur, ut quamquam in ipso, quippe in corpore generatio locum habeat, nunquam tamen corruptioni sit obnoxius propter vim divinam, sive animae, qua instructus est, quaque efficitur, ut haec rerum universitas, licet obstante immensa partium diversitate, summa sibi amicitia atque harmonia conjuncta, in aeternum vivat et rationi convenienter agat. Jam quia ordinis mundani effectrix anima oppositas illas entis generationisque naturas sibi invicem reconciliat, apparet, et ipsam utriusque naturae participem esse; tria igitur ei insunt elementa, quorum unum vere entis immutabilem prae se fert naturam, alterum generationis mutabilem indolem exhibet, tertium medium quoddam vinculum est, quo modo dicta opposita sibi junguntur. Quoniam autem anima totum mundum

DE

NUMERO PLATONIS

DISSERUIT

Christlieb

DR. CHRISTOPHILUS JULIUS BRANIS.

VRATISLAVIAE,

TYPIS PHILIPPIANIS.

MDCCCXXX.

aguntur, subjecta, necessario mutabitur, idque hac ratione: ut enim consistat, opus est viris ratione pollentibus; quamdiu igitur hujus indolis homines nascentur, civitas optimum statum tueri poterit. At non semper nascentur: namque anima humana, periodis rerum terrestrium obstricta, ad certum tantum tempus hancce suam fertilitatem servare poterit, quo peracto in generationibus humanis primum media deinde infima animae vis praevalebit; his autem temporibus sterilitatem animae comprehendentibus, et ipsis quidem certis limitibus coërcitis, civitas necessario magis magisque corrumpetur. Neque gubernatorum prudentia optimae reipublicae depravationem impedire poterit; quamvis enim isti, utpote sapientes, haud ignoraverint, esse quasdam fertilitatis et sterilitatis periodos, quas observari conducat, quamvis etiam de earum ambitu rectam fortasse sententiam habuerint, nunquam tamen sensuum auxilio (μετ' αἰσθήσεως) scire poterunt, quousque fertilitatis tempora sint praeterlapsa, nunquam igitur procreationem liberorum vetare iis licebit, etsi eos non fugiet, hac ratione aliquando fore, ut civitatis depravatio adducatur.

His Platonis sententiam de causa corruptionis optimae reipublicae satis explicasse mihi videor, unum tantum superest, ut indicetur, qua ratione motus philosophus rem tam mystice tractaverit, magisque latenter innuerit quod sentiret, quam aperte declaraverit. Causa haec est, opinor. Ad principia philosophiae Platonis referendum est, quod rerum aeternarum atque proinde stabilium vera ac firma cognitio sive scientia, rerum autem genitarum verisimilis tantum opinio esse possit. Hoc philosophus in Timaeo (pag. 29.) his verbis pronunciat: *ὧδε οὖν . . . . διοριστέον, ὡς ἄρα τοὺς λόγους, ὧνπέρ εἰσιν ἐξηγηταί, τούτων αὐτῶν καὶ ξυγγενεῖς ὄντας. τοῦ μὲν οὖν μονίμου καὶ βεβαίου καὶ μετὰ νοῦ καταφανοῦς, μονίμους καὶ ἀμεταπτώτους, καθ' ὅσον τε οἷόντε ἀνελέγκτους προσήκει λόγους εἶναι καὶ ἀκινήτους, τοὺς δὲ τοῦ πρὸς μὲν ἐκεῖνο ἀπεικασθέντος, ὄντος δὲ εἰκόνος, εἰκότας ἀνάλογόν τε ἐκείνων ὄντας. ὅ, τι γὰρ πρὸς γένεσιν οὐσία, τοῦτο πρὸς πίστιν ἀλήθεια.* Hinc omnia clara fiunt: quae enim civitati, quatenus aeternam boni ideam exprimit, propria sunt, ea omnia a Platone *ἐπιστημονικῶς* tractata sunt; ubi vero oratio ad illa procedit, quae civitati ex eo

quod genita sit, accidunt, firmitate qua hucusque ornata erat, privatur, indolemque opinionum verisimilium accipit suspensam atque ambiguam. Quam ob rem neque mutationum causam stabilibus argumentis confirmat philosophus, neque numerum, quo periodorum geniturae humanae legem innuere vult, disertis verbis exprimit, ut moneat lectorem, e regione veritatis intra verisimilium fines eum jamjam transire.

Ceterum satis probabile mihi videtur, Platonem, quippe non solum philosophum, sed etiam artificem, objective, ut dicunt, indicare voluisse, mentem, postquam obtutum ad supera direxerit, ipsumque bonum, quod omnibus lumen praebet, inspexerit*) jamjam ad antrum illud, de quo initio libri VII. sermo erat, reverti, ibi autem initio illud pati, quod omnibus e luce in obscurum venientibus accidit, tenebris nimirum ita obrui, ut fere nihil videat; deinde assuefactam ad obscura inspicienda, multo acutius illa cernere, quam qui in eis quotidie versantur**).

*) De Rep. VII., p. 540. **) ibid. p. 518. 520.

Caput II.

Quum Plato optimae reipublicae mutabilitatem in quibusdam generationum humanarum periodis sitam esse affirmasset, numerum istis periodis convenientem his verbis designat: *ἔστι δὲ θείῳ μὲν γεννητῷ περίοδος ἣν ἀριθμὸς περιλαμβάνει τέλειος, ἀνθρωπείῳ δὲ ἐν ᾧ πρώτῳ αὐξήσεις δυνάμεναί τε καὶ δυναστευόμεναι, τρεῖς ἀποστάσεις, τέτταρας δὲ ὅρους λαβοῦσαι ὁμοιούντων τε καὶ ἀνομοιούντων καὶ αὐξόντων καὶ φθινόντων, πάντα προσήγορα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα ἀπέφηναν· ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγεὶς δύο ἁρμονίας παρέχεται τρὶς αὐξηθείς, τὴν μὲν ἴσην ἰσάκις, ἑκατὸν τοσαυτάκις, τὴν δὲ ἰσομήκη μέν, τῇ προμήκει δέ, ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος, δεομένων ἑνὸς ἑκάστων, ἀῤῥήτων δὲ δυεῖν, ἑκατὸν δὲ κύβων τριάδος. ξύμπας δὲ οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικός, τοιούτου κύριος, ἀμεινόνων τε καὶ χειρόνων γενέσεων.*

Verborum *ἔστι δὲ θείῳ μὲν γεννητῷ περίοδος ἣν ἀριθμὸς περιλαμβάνει τέλειος* explicatione praetermissa, ut a proposito meo aliena, ad numeri

humanam genituram continentis interpretationem me converto.

Incipit ejus descriptio verbis: ἐν ᾧ πρώτῳ αὐξήσεις, ad quorum illustrationem haec notanda duxi:

1) αὔξησις Platoni est quod mathematicis πολλαπλασιασμός; describitur ergo numerus, cui quaedam insint multiplicationes, sive talis, qui quasdam indicet multiplicationes.

2) Quisque numerus eas indicat multiplicationes, e quibus ortum ducere potest; designatis igitur omnibus, quas numerus quidam indicat, multiplicationibus, ipsum numerum designasti.

3) Designatur multiplicatio, quando a numero multiplicante nomen accipit; licet igitur verbi causa multiplicationem per binarium numerum duplicationem, perque ternarium triplicationem nominare, et si quis numerum quendam talem descripserit, qui in numerorum serie primus duas multiplicationes indicet, duplicationem et triplicationem, manifestus

erit senarium significasse, quippe qui primus ex duplicatione (ternarii) ac triplicatione (binarii) ortum ducit.

4) Hinc sequitur, nullam multiplicationem a quovis numero indicatam designari posse, nisi per partem, h. e. *μέρος* (nobis aliquoter Theil vel Factor) ejusdem numeri; quo fit ut cunctis alicujus numeri multiplicationibus designatis, partes ejusdem sive factores innotescant.

His omnibus colligimus, numerum hic a Platone describi per multiplicationes quas indicat, sive per factores, a quibus produci potest. Transeamus igitur ad ipsam multiplicationum designationem, datam verbis: *δυνάμεναι καὶ δυναςευόμεναι*, quibus bene intellectis sine dubio numerum ipsum norimus.

1) Geometrae veteres omnia plana quasi a lineis producta conceperunt; data igitur linea, planum quod ab ea produci potest (i. e. quadratum) quamquam non actu, potentia tamen (*δυνάμει*) datum esse dixerunt. Pari jure lineas respectu planorum generatim *δυναμένας*, ac rursus plana

respectu linearum δυναστευόμενα dicere certe licuit, tametsi haud in usu erat.

2) Constat porro, veteres arithmeticos omnes numeros a duorum aliorum multiplicatione ortos planos (ἀριθμοὺς ἐπιπέδους), contra eos, qui nonnisi per additionem unitatum nasci possunt, lineares (γραμμικοὺς) vocasse.

3) Omnes igitur numeri compositi sunt plani, omnes simplices sunt lineares; ideoque omnes compositi δυνάστευόμενοι, omnes simplices δυνάμενοι nuncupari possunt.

Ergo αὐξήσεις δυνάμεναι καὶ δυναστευόμεναι multiplicationes utique sunt, quae a numeris simplicibus compositisque fiunt; numerus vero, »in quo primo« αὐξήσεις istae, sine dubio is est, qui in numerorum serie primus multiplicationibus quibusdam simplicium ac compositorum producitur, sive, quod idem est, cujus factores primi sunt simplices numeri ac compositi.

Jam quaerentibus nobis, quis tandem sit iste numerus, primus se offert octonarius; quippe cujus factores 1, 2, 4, primos numeros simplices

primumque compositum praestent; quem tamen quominus a Platone designatum esse credamus, pluralis *δυναςευόμεναι* impedit, qui innuere videtur numerum descriptum plus uno composito continere. Rejecto igitur octonario, solus qui in datam designationem quadrat, invenitur duodenarius; est enim in numerorum serie primus, qui ex incrementis simplicium numerorum 1, 2, 3, atque compositorum 4 et 6 nascitur, quam ob rem eum hic descriptum esse probabile est; quodsi vero omnes proprietates, quas Plato in sequentibus de numero suo exhibet, ad duodenarium accommodari posse invenerimus, tunc pro certo habere poterimus, duodenarium humanae generationis numerum positum esse a Platone. Transeamus igitur ad insequentia verba *τρεῖς ἀποστάσεις κ. τ. λ.*

Persuasum mihi est, accusativum *τρεῖς ἀποστάσεις* a verbo *ἀπέφηναν* pendere nexumque verborum ejusmodi esse: *ἐν ᾧ αὐξήσεις δυνάμεναι καὶ δυναστευόμεναι τρεῖς ἀποστάσεις ἀπέφηναν, τέτταρας δὲ ὅρους λαβοῦσαι ...... πάντα προςήγορα καὶ ῥητὰ ἀπέφηναν*, ita ut duae hic sententiae uno verbo finito a Platone brevitatis

causa junctae sint. Verba τρεῖς ἀποστάσεις non ad λαβοῦσαι esse referenda, vel ex hoc uno satis probatur, quod si Plato dixisset, numeros quosdam tria intervalla quatuorque terminos accipere, sine dubio pleonastice locutus esset, idque loco, quo eum βραχυλογίᾳ fortasse nimis studuisse, nemo est, qui non videat. Per se enim patet intra quatuor terminos tria intervalla contineri, nullamque id proprietatem certorum quorundam numerorum exprimit.

Si autem, qua dixi, ratione verba junguntur, meo quidem judicio hoc modo intelligenda sunt: Inter duos quoscumque numeros diversos distantia (ein Abstand) intercedit; de binis igitur numeri alicujus factoribus, qui invicem multiplicati eum producunt, dici potest, distantiam eos manifestare; ergo omnes numeri cujusdam factores dati, tot distantias manifestant, quoties numerum, cujus sunt factores, producunt. Jam αὐξήσεις illae nostri loci δυνάμεναι καὶ δυναστευόμεναι multiplicationes sunt, quibus certus numerus e factoribus ipsius producitur, quare si dicitur, eas tres distantias manifestare, nihil nisi id innuitur, numerum illum ex ipsis trifariam progigni. Atque id

in duodenarium prorsus quadrat, tribus namque multiplicationibus, totidem distantias exhibentibus, producitur

1 ⨯ 12.
2 ⨯ 6.
3 ⨯ 4.

Qui vero forte miretur 1 ⨯ 12 in serie multiplicationum numerari, putans multiplicationem per unitatem esse nullam, is memor sit, numerum duodenarium, quatenus multiplicet, l i n e a m, quatenus vero multiplicatione producatur, p l a n u m esse. Constat enim linea 12^r ex duodecim unitatibus l i n e a r i b u s, planum autem 1 ⨯ 12 ex duodecim unitatibus p l a n i s.

Ceterum reticere nolo, vulgatam lectionem *ἀποκαταστάσεις* magis mihi arridere, quam *ἀποστάσεις*. Haud enim credibile est, librarium quendam pro *ἀποστάσεις*, verbo usitato ac hoc loco primo adspectu (praesertim si cum sequentibus *τέτταρας ὅρους* jungitur,) clariori, *ἀποκαταστάσεις* longe rarius idemque obscurius vocabulum scripsisse, contra difficilius intellectu *ἀποκαταστάσεις* in planius *ἀποστάσεις* mutasse multo probabilius est. Vox *ἀποκατάστασις* cujuslibet rei

motae recursionem ad, unum idemque punctum significat. Multiplicationes igitur tres ἀποκαταστάσεις exhibentes tales sunt, qui ternis vicibus ad eundem numerum productum recurrunt.

Verum utcunque res se habeat, numerus, »in quo primo multiplicationes domi»nantes et subditae tres distantias (vel »recursiones) exhibent,« is utique est, quem primum multiplicationes simplicium compositorumque numerorum trifariam progignunt; huic autem descriptioni solus respondet duodenarius.

Accedimus ad, quae sequuntur, verba: *τέτταρας δὲ ὅρους λαβοῦσαι ὁμοιούντων τε καὶ ἀνομοιούντων, καὶ αὐξόντων καὶ φθινόντων πάντα προςήγορα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα ἀπέφηναν.*

Ὅροι sunt numeri rationem quandam terminantes (nobis Glieder); *αὐξήσεις* igitur *ὅρους λαβοῦσαι* multiplicationes sunt numeros producentes tales, qui termini sint rationum quarundam. Ergo dicit Plato, numeros 1, 2, 3, 4, 6 (per *αὐξήσεις δυναμένας καὶ δυναστευομένας* indicatos) ita inter se multiplicari posse, ut producantur quatuor rationum quarundam termini. Indoles autem mul-

tiplicationum, quibus hunc ad finem opus est, verbis designatur ὁμοιούντων καὶ ἀνομοιούντων καὶ αὐξόντων καὶ φθινόντων.

Ὅμοιοι dicuntur numeri, quorum latera (i. e. factores) in eadem ratione sunt; ergo ὁμοιοῦντες (similantes) ii erunt, qui multiplicati similes producunt, sive ii, qui in eadem ratione sunt. Jam vult Plato quatuor illos terminos ex numeris similantibus et dissimilantibus conformari; jubet ergo e numeris 1, 2, 3, 4, 6 tales multiplicatione conjugari, qui partim in eadem ratione sint partim secus. Exhibent vero numeri modo dicti hasce duas proportiones:

$$1 : 3 = 2 : 6.$$

$$2 : 3 = 4 : 6.$$

sunt 1, 3 et 2, 6 in eadem ratione, ergo similantes ($1 \bowtie 3 \backsim 2 \bowtie 6$); sunt porro eadem ex causa et 2, 3; 4, 6 similantes ($2 \bowtie 3 \backsim 4 \bowtie 6$). Similantes vero alterius proportionis alteri comparati erunt dissimilantes; in diversa enim ratione sunt, prima proportione rationem triplam exhibente, secunda sesquialteram. Quodsi igitur numeros 1, 2, 3, 4, 6 ad quatuor illos terminos producendos ita jungamus:

$1 \times 3,\ 2 \times 6,\ 2 \times 3,\ 4 \times 6,$

quod jubet Plato fuerimus assecuti; numeris enim ita conjugatis quatuor termini producentur, quorum cuique exstat sui similis unus, duoque dissimiles.

Addit vero Plato verba *αὐξόντων καὶ φθινόντων*, quorum tamen interpretatio haud difficilis est, modo recordemur, istis participiis sicut prioribus *ὁμοιούντων καὶ ἀνομοιούντων* numeros illos *δυναμένους καὶ δυναστευομένους* 1, 2, 3, 4, 6 subaudiendos esse. Isti numeri hic non in universum, sed quatenus duodenarii partes sint, spectantur; harum autem proprium est, producere duodenarium. Nihil tamen impedit, quominus et alias multiplicationes subeant, e quibus numeri procedant duodenario partim majores partim minores; quodsi igitur majores producunt, respectu duodenarii, augentes (*αὔξοντες*), quodsi minores, deminuentes (*φθίνοντες*) vocari possunt, ita ut duodenarius quasi mensura sit, qua adhibita, numeri tum *αὔξοντες* tum *φθίνοντες* nuncupantur. Quae cum ita sint, consentaneum est, eundem duodenarium etiam exemplar esse, ratione cujus numeri tum *ὁμοιοῦντες* tum *ἀνομοιοῦντες* dicuntur; unde se-

quitur in serie illorum quatuor terminorum ipsum duodenarium inesse debere.

Numeri supra a nobis instructi, 1 ⋈ 3, 2 ⋈ 6, 2 ⋈ 3, 4 ⋈ 6 quatuor terminos exhibent, 3, 12, 6, 24; in quorum serie invenimus duodenarium ejusque similem ternarium, dissimiles vero numeros 6 et 24; porro numeri 3 et 6 e duodenarii partibus orti sunt deminuentibus, numerus vero 24 ex augentibus productus est. Sunt ergo isti quatuor numeri ex similantibus et dissimilantibus ex augentibus et deminuentibus comparati. Superest, ut videamus, an omnia *προςήγορα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα* exhibeant. Atqui sane exhibent; namque termini sunt proportionis continuae sive progressionis geometricae:

∺ 3, 6, 12, 24 ∺

eadem igitur ratione sibi invicem respondent, ideoque sunt *προςήγοροι*; porro, quia in ratione dupla sunt, necessario se invicem metiuntur, ac proinde *ῥητοὶ* sunt *πρὸς ἀλλήλους*; quisque videlicet ipsorum alterius dici potest duplum vel quadruplum vel octuplum; sive dimidium vel quadrans vel octans. Patet igitur nume-

ros istos ad designationem platonicam prorsus quadrare.

Priori parte loci Platonici eademque obscuriori ita expedita, antequam viam persequimur, pauca praemonenda sunt. Patet, Platonem numeros designare voluisse, a quibus fertilitatis humanae ac sterilitatis periodi continentur. Numeri isti ex quibusdem nascuntur mutationibus seu revolutionibus illius numeri, qui quasi imago humani generis, naturam ejus ac indolem typice exprimit. Igitur numeros periodos humanas continentes indicaturo numerus ad humanam naturam spectans prior designandus est, idque prorsus fit a Platone. Duas enim locus noster continet partes, quarum prior (cujus nos interpretationem dedimus) numerum humanae naturae convenientem (duodenarium, ut vidimus,) partim denotat, partim proprietates ejus significat; posterior autem numeros periodicos (*φορᾶς καὶ ἀφορίας*) ab illo numero, tanquam fatales ipsius mutationes, oriundos describit.

His praefatis explicationem numerorum periodicorum aggredimur; quorum descriptio incipit verbis: *ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγεὶς,*

δύο ἁρμονίας παρέχεται τρὶς αὐξηθεὶς. — Primo notandum est, vocabulum ὧν ad praecedentia verba: αὐξήσεις δυνάμεναι καὶ δυναστευόμεναι, seu potius ad numeros per istas αὐξήσεις significatos referendum esse. — Porro πυθμὴν significat universe fundamentum; πυθμὴν [illegible]tur figurae quadratae latus ipsius, πυθμὴν numeri quadrati radix ejus est; rectangularis vero figurae vel numeri πυθμὴν duo latera seu numeri sunt, a quibus rectangulum continetur. Hinc sequitur, πυθμένας rectangulorum a ratione, in qua latera eorum sint, designari posse; licet v. c. rectanguli, cujus latera sint in ratione 1 : 2, πυθμένα dicere διπλάσιον ac cujus latera sint in ratione 2 : 3 vel 3 : 4, πυθμένα ἡμιόλιον vel ἐπίτριτον.

Scimus autem numerum duodenarium, quia ternis multiplicationibus producitur, trifariam rectangulum esse; ergo duodenarii tres diversi extant πυθμένες, quos si a rationibus laterum cognominemus, habebimus

πυθμένα δωδεκαπλάσιον (rectanguli 1 ⋊ 12),
πυθμένα τριπλάσιον (rectanguli 2 ⋊ 6),
πυθμένα ἐπίτριτον (rectanguli 3 ⋊ 4).

His bene consideratis sensus verborum ὧν ἐπίτριτος πυθμὴν haud ambiguus esse potest. Sunt enim numeri 1, 2, 3, 4, 6, ad quos, ut jam supra monuimus, refertur ὧν, duodenarii πυθμενικοί; ergo verba »quarum (scil. αὐξήσεων) sesquitertium fundamentum« perinde sunt ac si scriptum esset: »quorum numerorum (sc. 1, 2, 3, 4, 6) qui sesquitertium fundamentum sunt duodenarii« seu ut paucis complectar: »e quibus numeri 3 et 4« etc. Dicit igitur Plato numeros 3 et 4, quinario junctos, terque multiplicatos, duas harmonias praebere.

Συζυγεὶς nec multiplicationem nec additionem, sed id tantummodo denotat, numeros 3 et 4 cum quinario una serie componendos esse; quanam vero ratione, serie hac instructa, numeri 3, 4, 5 jungendi sint, verbis τρὶς αὐξηθεὶς indicatur.

Notandum est, quod Plato in priori hujus descriptionis parte, qua duodenarium humanis rebus congruum exhibet, huncce numerum a quibusdam aliis, qui vim quasi σπερματικὴν habent, produci jubet; secunda vero parte, qua de periodis humanis quaeritur, duodenarius, a quo

periodi deducendae sunt, ipse vim generantem obtinet, quare hic non ut planum, sed ut linea consideratur. Jam Plato, uti prius plani duodenarii proprietates descriptione partium ipsius designabat, ita nunc lineae duodenariae partes 3, 4, 5, in quas secari potest, tanquam ejus proprietatem quandam denotat; porro: uti a duodenarii plani partium multiplicatione harmoniam quandam nasci demonstrabat, (numeros videlicet 3, 6, 12, 24, omnia προσήγορα exhibentes), ita nunc a lineae duodenariae partibus, adhibitis quibusdam multiplicationibus, duas harmonias produci affirmat. Per δύο ἁρμονίας enim intelligendi sunt duo numeri, quorum quisque aliquos, certo modo inter se concinentes (συνηρμοσμένους) numeros continet.

Verba autem τρὶς αὐξηθείς, quae modum, quo numeri 3, 4, 5, ad se invicem sint referendi, indicant, lucem a loco libri IX. Politiae (pag. 587) accipiunt. Ibi Plato numeri alicujus quadrati in cubum conversio, τρίτην αὔξην nominat, quae verba non tertiam multiplicationem exprimunt, (numerus enim secunda jam multiplicatione fit cubus,) sed ita intelligenda sunt: Tria

quisque numerus incrementa capere potest; primum est κατὰ μῆκος, quo numerus, tanquam linea, additione unitatum longitudine crescit; secundum est κατὰ πλάτος, quo numerus multiplicatione in planum mutatur, sicque latitudinem accipit; quodsi denique jam planus factus rursus subit multiplicationem, tertium incrementum (τρίτην αὔξην) consequitur κατὰ βάθος, quo altitudine auctus solidus evadit. Hinc videmus τρίτην αὔξην Platoni nihil aliud esse nisi incrementum secundum tertiam dimensionem (αὔξη κατὰ τὴν τρίτην διάστασιν). Pari autem modo et nostro loco verba τρὶς αὐξηθεὶς ita sunt accipienda, ac si scriptum esset, κατὰ τὸ τρίχα διαστατὸν αὐξηθεὶς i. e. solide multiplicatus, quumque solida multiplicatio a tribus fit factoribus, perspicuum est, verbis ἐπίτριτος πυθμὴν πεμπάδι συζυγεὶς τρὶς αὐξηθεὶς Platonem numeros 3, 4, 5 a se invicem multiplicatos, ergo sexagenarium ($3 \times 4 \times 5 = 60$) designare voluisse. Atque sane vocula τρὶς in hac descriptione haud deesse potuit; si enim Plato simpliciter sesquitertii πυθμένος et quinarii multiplicationem denotasset, incertum fuisset, utrum bini πυθμένος termini (3 et 4)

essent jungendi, et si essent, utrum additone an multiplicatione; quare tunc jussum Platonis aequo jure tribus modis exsequi potuissemus, tum duos numeros simul ponentes 15, 20 (i. e. 3×5, 4×5), tum singulum quidem, duplici tamen ratione, sive 35 (i. e. $[3+4] \times 5$), sive 60 exhibentes; haec dubitatio vocula τρίς sublata est.

Jam ad duas harmonias transeamus, quas numerus 60 praebet. Verum hoc loco relinqui videmur a Platone, quippe qui harmonias illas quidem describit, quomodo autem oriundae sint, reticet. Nihilominus in data descriptione multa inveniuntur, unde certam de ortu earum conjecturam capere licebit. 1) Ut credamus, harmonias illas sexagenario non contineri, sed a quibusdam ejus multiplicationibus gigni, descriptio eo persuadet, quod in ipsa non solum centenarii sed etiam millenarii numeri memorantur. 2) Quaenam porro sexagenarii multiplicationes hic locum habeant, verbis in fine loci nostri occurrentibus ξύμπας δὲ οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικὸς satis clare indicatur. Geometrici enim numeri, uti per se patet, ii tantum dici possunt, qui plani vel solidi sunt. Hinc colligimus, illas quas quaerimus harmonias lineae

sexagenariae plana esse vel solida; quia autem nullus praeter sexagenarium hic commemoratur numerus multiplicans, planum vel solidum sexagenarii erit quadratum ipsius vel cubus; probabile igitur est, ex duabus harmoniis alteram esse quadratum, alteram cubum sexagenarii. Verum si forte quis dicat, verba ξύμπας οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικὸς unum tantum numerum exprimere, quare ad omnium in harmoniarum descriptione occurrentium numerorum summam (sive fortasse productum), nulla autem ratione ad singulas harmonias esse referendum, is memor sit, velim, verbum ἀριθμός non solum singulum numerum, sed etiam seriem quandam numerorum significare, quo sensu apud Platonem tum in Theaeteto (pag. 147: τὸν ἀριθμὸν πάντα δίχα διελάβομεν,) tum in Phaedone (pag. 104: ὁ ἥμισυς τοῦ ἀριθμοῦ ἅπας, et mox: ἅπας ὁ ἕτερος αὖ στίχος τοῦ ἀριθμοῦ) obviam est; nostro autem loco eandem collectivam significationem usu venire, vel ex eo necessario sequitur, quod fieri nequit, ut singulus numerus melioris itidemque deterioris generationis (ἀμεινόνων τε καὶ χειρόνων γενέσεων) vim exprimat.

His argumentis adducti sexagenarii quadratum priorem harmoniam ponimus; describitur haec a Platone verbis ἴσην ἰσάκις ἑκατὸν τοσαυτάκις, quorum interpretatio nulla laborat difficultate. Numerus enim ἰσάκις ἴσος est quadratus, ergo quod additur ἑκατὸν τοσαυτάκις centenarium significat numero quodam quadrato multiplicatum; igitur verba ἴσην ἰσάκις ἑκατὸν τοσαυτάκις numerum quadratum centies sumtum designat. Huic autem descriptioni quadratum sexagenarii prorsus est congruum; est enim numerus 3600, qui centies 36, sive sexies sex (ἰσάκις ἴσος) centies (ἑκατὸν τοσαυτάκις) exhibet; ($60^2 = 3600 = 36 \times 100 = 6^2 \times 100$.) Pro certo igitur habere possumus, numerum 3600 esse primam a Platone indicatam harmoniam.

Quod attinet ad secundam harmoniam, interpretatio ipsius difficilior est expeditu, eo quod in proprietatibus ejus describendis Plato non integram eam sed partem tantum ipsius respicit; tamen quaenam sit, (i. e. quonam numero exprimatur) verbis τὴν δὲ ἰσομήκη μὲν innuit. Numeri enim ἰσομήκεις, i. e. longitudine aequales, ii sunt, qui eorundem aequalium factorum multiplicatione

oriuntur, sive ut nostrates dicunt, qui potentiae sunt ejusdem radicis. Dicit igitur Plato, secundam harmoniam ab eadem radice, qua prima orta est, productam esse, sive aeque ac prima potentiam quandam esse sexagenarii; quia autem numerus est geometricus, ac proinde tertiam potentiam non excedit, perspicuum est, secundam harmoniam verbo ἰσομήκη a Platone artificiose quidem sed stricte cubum denotari *).

Insequentia verba τῇ προμήκει δὲ, obscuriora illa quidem, ita intelligenda sunt: ad τῇ προμήκει supplendum est πλευρᾷ; ergo Plato hunc fere in modum locutus est: »alterius harmoniae numerus »cubus quidem est, latere autem oblongiori con»stat ex etc.« Compendiose hoc quidem dictum,

*) Cuivis rerum mathematicarum vel obiter imbuto verba ἴσην ἰσάκις ἑκατὸν τοσαυτάκις numerum quadratum designare potuerunt; etenim numerus quadratus centies sumtus ponitur, centenarius autem ipse quadratus est numerus, quadratus porro in quadratum ductus necessario quadratum producit: inde sequitur, numerum ἴσον ἰσάκις ἑκατὸν τοσαυτάκις quadratum esse. Quibus positis pari necessitate colligitur, numerum geometricum, qui modo dicto quadrato sit ἰσομήκης, cubum esse ejus numeri, cujus prior quadratum exhibet.

ita tamen, [illegible] satis bene intelligatur. Quamquam enim in secundae harmoniae numero, prout cubus est, nullum extat oblongius latus, tamen, quia numeri multiplicem significationem admittunt, ita considerari potest, ac si planum sit, idque oblongum; quo facto nihil impedit, quominus latus ejus oblongius, id quod fit a Platone, describatur. Igitur verba τὴν δὲ ἰσομήκη μέν, τῇ προμήκει δέ pleniori sermone ita sunt interpretanda: a l t e r a v e r o h a r m o n i a c u b u s q u i d e m e s t, p o s i t a a u t e m r e c t a n g u l u m, p r o d u c t i u s h a b e t l a t u s, q u o d etc.

Superest, ut productioris hujus lateris descriptionem explicemus. Datur verbis: ἑκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος, δεομένων ἑνὸς ἑκάστων, ἀῤῥήτων δὲ δυεῖν, ἑκατὸν δὲ κύβων τριάδος. Jubemur igitur a Platone, latus illud e centum numeris componere, oriundis a diametris effabilibus quinarii, indigentibus uno singulis, duabusque ineffabilibus, exque centum ternarii cubis. Quod ut faciamus, prius opus est verborum indagatione.

1) Veteres numerum, cujus quadratum duplum est quadrati, sola unitate vel deficiente vel

abundante, diagonalem effabilem minoris quadrati (διάμετρον ῥητήν) nuncupaverunt; contra eos numeros, quorum quadrata dupla, nec aucta unitate nec deminuta, quadrata fiunt, diagonales ineffabiles (διαμέτρους ἀῤῥήτους) habere dixerunt.

2) Quum ex numeris partim effabilibus partim ineffabilibus nullo modo effabilis numerus componi possit, latus autem a Platone designatum certe numerus effabilis sit, sequitur, ἀριθμὸν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν καὶ ἀῤῥήτων numerum esse constantem ex quadratis diametrorum effabilium et ineffabilium; nam quadrata ineffabilium effabiles sunt. Ita ex ipsa rei natura elucet, Platonem hic non diametros sed quadrata eorum intellexisse. Tamen et disertius id innuit philosophus, tum eo, quod verbis »a diametris effabilibus quinarii« addit: indigentibus uno singulis; non enim diametri effabiles ipsae, sed earum quadrata indigent vel abundant unitate; tum eo quid dicit ἀπὸ διαμέτρων; etenim τὸ ἀπό τινος εὐθείας, ex constanti mathemati-

eorum loquendi usu, quadratum alicujus lineae significat; ita Euclides fere semper loquitur, e. g. *ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔςιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν*, h. e. duabus datis lineis rectis, quam rationem prima ad secundam, eandem habet quadratum prioris ad rectangulum, quod ambae constituunt; (uti enim *τὸ ἀπὸ* quadratum, ita *τὸ ὑπὸ* constanter rectangulum significat. Cf. Euclidis El. libr. X. singulis fere paginis.)

3) De diametro effabili quinarii, nulla potest esse dubitatio, quaenam sit; quum enim quadratum quinarii sit 25, ejus duplum vero 50, qui numerus dempta unitate quadratum septenarii exhibet, sequitur diametrum quinarii effabilem esse septenarium. Quinam vero sunt illi duo numeri, quorum diametri ineffabiles quadratae, jussu Platonis, quadrato septenarii sunt addendi? A Platone certe nihil allatum est, quod in earum inventionem nos ducat; ergo universaliora indicia quaeramus. Diametrum

quinarii ipse Plato indicavit, huic addit in sequentibus cubum ternarii; jam si recordemur, quod tota ista numerorum moles a sexagenario, i. e. a factoribus 3, 4, 5, proficiscatur: valde probabile est, quoniam 3 et 5 a Platone ipso indicantur, alterum duorum, quos investigamus, numerorum esse quaternarium, cujus diametrus sane est ineffabilis; duplum enim ejus quadratum (2 . 16 = 32) nec si adimas, nec si addas unitatem, numerum quadratum praebet. Quae cum ita sint, et de altero numero conjecturam capere poterimus. Etenim numeri, quos tum cubice, tum secundum diagonales quadratas, lateri illi oblongiori inesse scimus, sunt 3, 4, 5, h. e. partes quaedam duodenarii; ergo verisimile est, etiam illum, qui adhuc deest, partem quandam duodenarii esse. Ad factores igitur duodenarii 1, 2, 3, 4, 6 respiciendum videtur. Quos si consideramus, invenimus, numeros 1 et 2 diametris effabilibus instructos esse, et quia 3 et 4 jam adhibiti sunt, unus superest senarius, cujus diago-

nalis ineffabilis est, ($2 \cdot 6^2 = 2 \cdot 36 = 72$);
hanc igitur ut alterum, quem quaerimus, numerum ponamus, ratio persuadet.

His praemonitis jam numerum *ἀπὸ διαμέτρου ῥητῆς πεμπάδος, δεομένης ἑνός, δυεῖν δὲ ἀῤῥήτων (διαμέτρων)* ita comparabimus:

a)	quadratum diametri effabilis quinarii indigens uno est	49
	Huic addimus quadrata duarum ineffabilium diametrorum, quae ad numeros quinarii proximos referuntur; nempe	
b)	quadratum diametri ineffabilis quaternarii	32
c)	quadratum diametri ineffabilis senarii .	72

jam summa istarum diametrorum 153
numerum exhibet constantem ex diametro effabili quinarii, indigente uno, duabusque ineffabilibus. Quodsi igitur 153 centies multiplicatur, numerus evadit (15300), qui verbis Platonis *ἑκατὸν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος δεομένων ἑνὸς ἑκάστων, ἀῤῥήτων δὲ δυεῖν* prorsus respondet. Porro numero 15300 centum cubi ternarii (*ἑκατὸν κύβοι τριάδος*) i. e. 2700, sunt addendi, quo facto

oblongius secundae harmoniae latus designationi Platonis conforme fuerit erutum. Exhibent autem numeri 15300 et 2700, additione conjugati, numerum 18000, quem in animo habuisse Platonem eo probabilius est, quo singularius est instructus; deducitur enim a numeris 3, 4, 5, 6 ($100 \times [3^2 + \text{diag.}\, 4^2 + \text{diag.}\, 5^2 + \text{diag.}\, 6^2] = 18000$).

Oblongiori secundae harmoniae latere cognito, quaeritur, quodnam sit alterum ejus latus; Plato quidem de illo prorsus nihil dicit, sed ex ipso philosophi silentio colligimus, lateris istius numerum talem esse, qui nulla diserta indicatione indigeat, quippe per se clarum. Atque sane ita est: etenim si numerus periodorum humanarum, a mutationibus quibusdam duodenarii deducendus, figura rectangulari repraesentatur, patet, opus esse, ut alterum istiusmodi rectanguli latus mutationes exprimat, alterum vero duodenarium ipsum, cujus sint illae mutationes, exhibeat. Haud igitur dubitare possumus, quin numerus quaesitus sit ipse duodenarius; unde apparet, secundam harmoniam esse rectangulum, quod contineatur numeris 12 et 18000, sive rectangulum 12×18000. Quoniam autem supra demonstravimus, secundae

harmoniae numerum cubum esse sexagenarii, sequitur, huncce cubum et modo dictum rectangulum eodem numero exprimi debere: atqui id lotum habet, etenim

cubus sexagenarii sive $60^3 = 216000$,

rectangulum $12 \times 18000 \ldots = 216000$,

igitur non dubitamus, quin numeri 3600 et 216000 duae illae sint harmoniae a Platone indicatae, sicque omnes loci nostri difficultates, quoad in verbis sitae sunt, expediisse nobis videmur. Quae enim sequuntur verba: ξύμπας δὲ οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικὸς κ. τ. λ., supra jam explicavimus, monuimusque, sic ea esse vertenda: universa ista numerorum planorum ac solidorum series.

Caput III.

De Convenientia, quae inter numerum indicatum generationisque humanae periodum intercedit, locuturo vastus conjecturarum campus aperitur. Sunt enim ex veteribus, qui dicant, Platonem in numeri exstructione harmonicarum musicae legum

rationem habuisse; sic, ut ab aliis laudatos praetermittam, Apulejus libro II. de habitudine doctrinae Platonis pag. 26: »haec«, inquit, »ipsorum connubiorum quaeritur tempestiva con»junctio, cujus futuram stabilem fidem credit »(Plato), si cum harmonia musicae dierum conso»nent numeri.« Sunt alii, qui rem ad chronologiam conjunctionesque quasdam astronomicas redire putent, quibus Proclus adnumerandus videtur (cf. Comment. in Timaeum IV. p. 271 seqq.). Alii denique, ex mente Pythagoraeorum, vires quasdam numeris insitas, a Platone respici, censent. Causa hujus veterum dissensionis est, quod de numeri Platonis significatione quaedam conjicere voluerunt, quum tamen numerum ipsum, quisnam sit, plane ignorassent. Nos vero, qui, numero prius invento, de ejus significatione quaerimus, nihil in ipso vel musicum vel astronomicum vel pythagoricum detegimus, sed meram humanae sortis, quatenus ex humana natura necessario procedit, imaginem a Platone exhiberi statuimus; igitur id tantum a nobis ostendendum est, numeros a Platone ita instructos esse, ut similitudinem quandam speciemque naturae sortisque humanae prae se ferant, idque jam breviter sumus facturi.

Narrant nobis Musae, *ἀνθρωπείου γεννητοῦ* numerum indicantes, generis humani quasi historiam, a natura animae humanae hunc fere in modum incipientes: anima hominis duplicem naturam, vere entis et generationis (*ὄντως ὄντος καὶ γενέσεως*), continet, quarum prior dominatur, altera dominatui subjicitur; binae istae naturae in anima ita se invicem terminant, ut tres animae indoles, quasi tres diversas animas, intelligentem, irascentem et concupiscentem producant, ita tamen jungi possunt, ut, etsi anima ex parte tantum ideae similis sit, partim autem dissimilis, incrementisque ac deminutionibus sit obnoxia, nihilominus istae quatuor proprietates concordiam quandam consensumque tueantur. Numerus igitur, similitudinem animae humanae exprimens, duplicem ejus naturam, tresque indoles, quatuor denique proprietates manifestare debet; talis autem numerus invenitur duodenarius: producitur enim ex simplicibus, divinam naturam depingentibus, exque compositis generationi obnoxiis factoribus, qui tum eum ita componunt, ut triplici indole (i. e. triplici rectangulari forma: 1×12, 2×6, 3×4), evadat; tum sic jungi possunt, ut quatuor termi-

nos proportionis geometricae (∺ 3, 6, 12, 24 ∺) exhibeant, quibus, quatuor animae proprietates, similitudo et dissimilitudo, auctio et deminutio, sibi invicem concordantes exprimantur.

Anima autem humana corpori jungitur; haec conjunctio numero sexagenario optime deformatur: est enim numerus solidus, ideoque corpus exprimit, corpus tamen, cui quasi anima inest duodenarius, atque ita in ipso distribuitur, ut formam ejus constituat ($3 + 4 + 5$ animam hominis, $3 \times 4 \times 5$ animatum hominis corpus, quod formam suam ab anima accipit, designat; est enim $3 \times 4 \times 5$ parallelepipedum, cujus tres dimensiones a tribus dictis factoribus formantur). Hac consociatione anima rerum terrenarum periodis subjungitur, quarum haec est ratio, ut anima alternis vicibus nunc corporeae naturae dominetur, id quod fertilitatem ejus constituit, nunc ei succumbat, atque adeo sterilis fiat. Binae istae periodi in quadrato atque cubo sexagenarii, quasi in quibusdam harmoniis, considerantur. Etenim in quadrato, composito ex duobus partibus et ipsis quadratis, 36×100, quarum prior, 36, rursus a duobus quadratis, 4×9, producta est, omne solidum

evanuisse videtur; contra in cubo ($216 \times 1000 = 8 \times 27 \times 1000$) cuncta solida facta sicque naturae corporeae subdita apparent. Id adhuc magis elucet, si duae istae harmoniae sub forma rectangulorum, quorum alterum latus sit 12, spectantur. Tunc enim secundae harmoniae oblongius latus, ex numeris 3, 4, 5, 6 producitur, e quibus 3, 4, 6 factores duodenarii sunt. Producta autem horum factorum, partim cubi sunt, partim adulterina quadrata diametrorum, ut intelligatur, animae naturam, sub specie factorum duodenarii expressam, a corporea facultate prorsus esse domitam. Contra primae harmoniae oblongius latus erit 300 (namque 3600 est 12×300), quem numerum, si ex partibus componimus, invenimus a quadratis factorum duodenarii 1, 2, 3, 4 produci (etenim $10 \times [1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2] = 300$); apparet igitur, in prima harmonia praevalentis animae idoneam imaginem exhiberi.

Hic similitudinem inter numeros descriptos resque humanas intercedentem satis monstrasse credo. Unum adhuc monendum est, quo animadverso, huic disputationi finem imponere licebit. Notandum enim duco, Aristotelem (Politic. V, 10.)

interpretationi meae prorsus suffragari; nam verba ejus ὅταν ὁ τοῦ διαγράμματος ἀριθμὸς τούτου γένηται στερεός nullo modo verba Platonis τρὶς αὐξηθεὶς declarant (sane mirum foret, si Aristoteles ex verbis Platonis tot tenebris involutis, ea tantum declarasset, quae interpretationis fere nullius indigerent); sed ad harmonias, quae ἀπὸ τοῦ διαγράμματος τούτου ἀριθμοῦ sint oriundae, referri debent; ἀριθμὸς διαγράμματος igitur est sexagenarius, de quo Aristoteles idem dicit, quod et nos invenimus.

Solent interpretes vocabulum διάγραμμα ad theorema Pythagoricum referre, dicuntque, Platonem numeros 3, 4, 5, ideo principium harmoniarum posuisse, quia naturam trianguli rectanguli manifestant. Quasi id peculiare quid horum numerorum esset! Veteres autem bene sciverunt, ad quemvis numerum duos alios posse reperiri, qui ei adjuncti triangulum rectangulum exhibeant. Proclus (ad propos. 47 libr. I. Euclidis) duas methodos ad inveniendos tales numeros nobis tradit, quarum alteram ad Pythagoram alteram ad Platonem referri dicit; formula Pythagorica haec est: sit numerus n data cathetus; tunc altera cathetus

erit $\frac{n^2-1}{2}$, hypotenusa autem $\frac{n^2+1}{2}$; Platonica formula sic se habet: prima catheto posita $= n$, altera erit $\left(\frac{n}{2}\right)^2 - 1$, hypotenusa vero $\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 1$. Tertiam methodum Euclides (Element. X., prop. 29, lemma 1) tradit. His apparet, hanc numerorum 3, 4, 5, proprietatem non tam insignem esse, ut Plato ad eam respexisse credatur. Id autem sane memorabile est, quod cubi numerorum 3, 4, 5, et additione et multiplicatione conjuncti, quodammodo ad eundem numerum recurrunt; etenim $3^3 + 4^3 + 5^3 = 216$; et $3^3 \times 4^3 \times 5^3 = 216000$. Hac proprietate ductum Platonem sexagenarium fundamentum periodorum posuisse verisimile est. Si enim numerus animam exprimens $3 + 4 + 5$ ponitur, sterilitas animae ponenda est $3^3 + 4^3 + 5^3 = 216$. Ad hunc autem numerum secunda periodus sive secunda harmonia recurrit eumque manifestat.

Errata.

pag. 4. lin. 6. legendum: in universum.
- 32. - 16. post mathematicarum inserendum: scientia.



